

**2. óra**

Egykomponensű ideális gáz fundamentális egyenlete:

$$S(U, V, n) = nR \left[ \frac{f}{2} \ln \left( \frac{2U}{fnRT_0} \right) + \ln \frac{p_0 V}{nrT_0} \right] + nS_m^0,$$

ahol:

- S az entrópia
- n az anyagmennyiség (vagy mólszám)
- R a moláris gázállandó
- f a „szabadsági fokok száma” (a molekula energiájában a gerjesztett kvadratikus energiatagok száma)
- U a belső energia
- V a térfogat
- $p_0$  a standard nyomás
- $T_0$  a standard hőmérséklet
- $S_m^0 \equiv S(T_0, p_0)$  a standard moláris entrópia

A fundamentális egyenletet lederiválva változói szerint megkapható az ekvipartíció-tétel és az állapotegyenlet is:

$$\left( \frac{\partial S}{\partial U} \right)_{n,V} = nR \frac{1}{2} \frac{1}{U} = \frac{1}{T} \quad \Rightarrow \quad U = \frac{f}{2} nRT$$

$$\left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_{n,U} = nR \frac{1}{V} = \frac{p}{T} \quad \Rightarrow \quad pV = nRT$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial S}{\partial n} \right)_{U,V} &= R \left[ \frac{f}{2} \ln \left( \frac{2U}{fnRT_0} \right) + \ln \frac{p_0 V}{nrT_0} \right] - \frac{f+2}{2} R + S_m^0 = -\frac{\mu}{T} \quad \Rightarrow \\ \Rightarrow \mu &= \frac{f+2}{2} RT \left( 1 - \ln \frac{T}{T_0} \right) + RT \ln \frac{p}{p_0} - TS_m^0 \end{aligned}$$

HF1: A kémiai potenciál átrendezésének ellenőrzése. (Tipp: fel kell használni az első két derivált eredményét!)

Következmények:

1)

$$S(T, V, n) = nR \left[ \frac{f}{2} \ln \frac{T}{T_0} + \ln \frac{p_0 V}{nrT_0} \right] + nS_m^0$$

Állandó térfogaton vett hőkapacitás:

$$C_V = T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_{V,n} = \frac{f}{2} nR$$

Szabadenergia:

$$F(T, V, n) = U - TS = nR \left[ \frac{f}{2} \ln \frac{T}{T_0} + \ln \frac{p_0 V}{nrT_0} \right] + nTS_m^0$$

Megjegyzés:  $S(T, V, n)$  **nem** fundamentális egyenlet, mivel – például – azt az információt, hogy  $U$  nem függ  $V$ -től nem tartalmazza:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_{V,n} = C_V = T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_{V,n} = \frac{f}{2} nR &\quad \Rightarrow \\ \Rightarrow U(T, V, n) = \frac{f}{2} nRT + nc \left( \frac{V}{n} \right), & \end{aligned}$$

ahol  $c \left( \frac{V}{n} \right)$   $T$  szempontjából integrálási állandó és így  $\frac{V}{n}$  határozatlan függvénye.

2)

$$S(T, p, n) = nR \left[ \frac{f+2}{2} \ln \frac{T}{T_0} - \ln \frac{p}{p_0} \right] + nS_m^0$$

Állandó nyomáson vett hőkapacitás:

$$C_p = T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_{V,n} = \frac{f+2}{2} nR$$

Szabadentalpia:

$$G(T, p, n) = n\mu = nRT \left[ \frac{f+2}{2} \left( 1 - \ln \frac{T}{T_0} \right) + \ln \frac{p}{p_0} - \frac{1}{R} S_m^0 \right]$$