

# Elméleti fizikai módszerek a környezettudományban

## 2. zárhtelyi gyakorló feladatsora

2013. április 11.

1. Határozd meg a következő integrálok értékét!

$$\int_0^1 \frac{1}{x^3} dx$$
$$\int_0^\infty x e^{-x^2} dx$$

2. Határozd meg a következő függvények Taylor-sorát ötöd rendig!

$$f(x) = 5x^4 + 3x^2 + 14$$

$$f(x) = 5\sin(-3x)$$

3. Határozd meg a következő függvények által határolt terület nagyságát!

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2, \frac{1}{\cos^2(x)} < y < \frac{8x}{\pi}, x \in [0, \pi/4]\}$$

4. Számold ki a következő függvény Jacobi mátrixát és primitív függvényét!

$$f(x, y) = x^2 y, xy^2$$

5. Az előző feladatban bemutatott függvényen számold ki a  $\int_\varphi f$  vonalintegrált!

$$\varphi : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^2, \varphi(t) = (\cos(t), \sin(t))$$

6. Számold ki az  $\int_D f$  és  $\int_{N_x} f$  integrálokat az  $f(x, y) = x^2$  potenciálon!

$$D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x^2 + y^2 \leq 1, \varphi \in [0, \pi]\}$$

$$N_x := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x^2 \leq y \leq \sqrt{x}, x \in [0, 1]\}$$

7. Számold ki a következő vektorok divergenciáját, illetve rotációját!

$$\vec{v} = (2^{-xyz}, \cos(x), \sin(y))$$

$$\text{grad}(r^2)$$